重庆市自然科学奖公示

# 一、项目名称：

几类非线性偏微分方程解的存在性研究

**二、提名单位：**

重庆市教育委员会**三、提名等级：**

重庆市自然科学奖 二等奖**四、项目简介：**

本项目主要研究了几类非线性椭圆偏微分方程解的存在性及

其相关性质，包括标量域方程、薛定谔方程、薛定谔-泊松系统和薛定谔-Born-Infeld系统、分数阶椭圆方程等问题。利用非线性泛函分析和非线性椭圆方程理论，特别是罚函数方法、下降流不变集方法、山路引理、约束极小化方法、极小极大原理，并发展全新的非局部扰动方法，获得了上述问题解的半经典状态、变号解的多解性、基态解的存在性等结果。同时，在临界情形的奇异扰动问题、非局部问题变号解的多解性和分数阶椭圆问题上，提出了一些新的思想和方法，促进了此类问题的进一步研究。

项目的主要科学发现与科学价值如下：

1. 首次引入了一种更一般的条件，在非线性项无需满足Ambrosetti-Rabinowitz条件或单调性条件的限制下，解决了经典的Berestycki-Lions定理（H. Berestycki, P.L. Lions, Arch. Ration. Mech. Anal.,1983）的临界情形，并成为后续研究临界情形下的薛定谔方程奇异扰动问题的基础。
2. 利用局部形变方法，将韩国学者J. Byeon和法国学者 L. Jeanjean关于Berestycki-Lions条件下的局部集中性结果(Arch. Ration. Mech. Anal., 2007)首次做到了临界情形，并被后续专家学者引用，其方法被用于研究带有一般非线性项的基尔霍夫方程、薛定谔-泊松系统等问题的奇异扰动问题。
3. 提出了一种研究非局部椭圆问题变号解的新方法，解决了经典方法在验证下降流不变集时由于非局部项带来的本质困难，首次证明了全空间上的薛定谔-泊松系统存在无穷多个变号解，同时，该方法被后续研究广为引用和借鉴，推动了非局部问题变号解的多解性的研究。
4. 首次提出了分数阶薛定谔-泊松系统并建立其变分框架，利用局部形变方法获得了其在次临界或临界情形下束缚态的存在性，引发了广大学者关于该系统的进一步研究。
5. 提出了一类不同于德国科学院院士 Struwe 和法国学者Jeanjean的单调性技巧的非局部扰动方法，能用来克服一大类非线性变分问题的Palais-Smael序列的有界性困难。并且使用该方法部分解决了意大利学者Pomponio等提出的一个关于薛定谔-Born-Infeld的公开问题。

# 五、代表性论文专著目录：

1. [Zhang, Jianjun](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=738045); [Zou, Wenming](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=366305), A Berestycki-Lions theorem revisited. *[Commun. Contemp. Math.](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/journaldoc.html?id=5306)* [14 (2012), no. 5,](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/publications.html?pg1=ISSI&amp;s1=305961) 1250033, 14 pp.
2. [Zhang, Jianjun](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=738045); [Chen, Zhijie](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=942005); [Zou, Wenming](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=366305), Standing waves for nonlinear Schrödinger equations involving critical growth. [*J. Lond. Math. Soc. (2)*](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/journaldoc.html?id=6317) [90 (2014), no. 3,](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/publications.html?pg1=ISSI&amp;s1=327765) 827–844.
3. [Liu, Zhaoli](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=324668); [Wang, Zhi-Qiang](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=239651); [Zhang, Jianjun](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=738045), Infinitely many sign-changing solutions for the nonlinear Schrödinger-Poisson system. [*Ann. Mat. Pura Appl. (4)*](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/journaldoc.html?id=5701) [195 (2016), no. 3,](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/publications.html?pg1=ISSI&amp;s1=342447) 775–794.
4. [Zhang, Jianjun](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=738045); [do Ó, João Marcos](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=365349); [Squassina, Marco](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/author.html?mrauthid=648756), Fractional Schrödinger-Poisson systems with a general subcritical or critical nonlinearity. [*Adv. Nonlinear Stud.*](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/journaldoc.html?id=5708) [16 (2016), no. 1,](https://mathscinet-ams-org-s.webvpn.cumt.edu.cn:8118/mathscinet/search/publications.html?pg1=ISSI&amp;s1=339563) 15–30.
5. Liu Zhisu, Siciliano Gaetano, A perturbation approach for the Schrödinger-Born-Infeld system: solutions in the subcritical and critical case. *J. Math. Anal. Appl.,* 503 (2021), no.2, 125326.

# 六、主要完成人及完成单位

张建军（重庆交通大学、清华大学、南开大学）

刘志苏（中国地质大学（武汉））